

GRADO DE MAGISTERIO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

CURSO 2020-2021

ENSEÑANZA INDIVIDUALIZADA DE MATEMÁTICAS MEDIANTE HERRAMIENTAS DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL EN ENTORNOS ESCOLARES TRADICIONALES

Individualised mathematics teaching through artificial
intelligence tools in traditional school environments

Autora: Alicia Varela Uribe
Director: Steven Van Vaerenbergh

24 de junio de 2021

ÍNDICE

RESUMEN	3
1) INTRODUCCIÓN	5
2) MARCO TEÓRICO	8
2.1 INTELIGENCIA ARTIFICIAL	8
2.2 SISTEMAS DE TUTORES INTELIGENTES	11
2.3 DIDÁCTICA DE LA ARITMÉTICA	16
3) OBJETIVOS.....	23
4) METODOLOGÍA	24
4.1 PARTICIPANTES.....	24
4.2 INSTRUMENTO.....	25
4.3 PROCEDIMIENTO Y RECOGIDA DE DATOS.....	29
5) RESULTADOS	30
6) CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN	35
REFERENCIAS	37
ANEXO 1	41
ANEXO 2	42
ANEXO 3	45
ANEXO 4	47

Resumen

Aún hay instituciones educativas que no disponen de los recursos necesarios para adquirir las TIC, tal es el caso del colegio donde se ha llevado a cabo el proyecto de investigación. Lo que se ha buscado mediante esta observación es estudiar una respuesta a dicho obstáculo utilizando la ejecución de un sistema basado en la inteligencia artificial que plantea experiencias de aprendizaje específicas que se realizará en el aula ordinaria, sin embargo, como esta no posee medios informáticos, se investigará una perspectiva que sea válida para el entorno tradicional en el que se encuentra. Todo ello gracias a un sistema de fichas personalizadas que se crean para cada alumno, en un formato que en un futuro puede permitir automatizar el proceso.

Asimismo, he de señalar que este proyecto ha sido aceptado para su presentación en el 24 Simposio de la SEIEM (SIEM- Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 2021).

Palabras clave

TIC, Inteligencia Artificial (IA), Sistemas de Tutores Inteligentes (STI), matemáticas, educación.

Abstract

There are still educational institutions that do not have the necessary resources to acquire ICT, such is the case of the school where the research project has been carried out. What has been sought through this observation is to study a response to this obstacle using the execution of an artificial intelligence-based system that raises specific learning experiences to be carried out in the ordinary classroom. However, since it does not have computer resources, a perspective that is valid for the traditional environment in which it is located will be

investigated. All this thanks to a system of personalized cards that are created for each student, in a format that in the future can allow to automate the process.

I should also point out that this project has been accepted for presentation at the 24th SEIEM Symposium (SIEM- Spanish Society for Research in Mathematical Education, 2021).

Keywords

ICT, Artificial Intelligence (AI), Intelligent Tutor Systems (STI), mathematics, education.

1) INTRODUCCIÓN

Solíamos hablar de la inteligencia artificial (IA) como una "nueva frontera" para la tecnología, pero ese ya no es el caso. La inteligencia artificial está presente en nuestro día a día y estamos en constante interacción con ella a través de asistentes virtuales o con experiencias de usuario personalizadas.

La forma en la que aprenden los estudiantes también está cambiando. La Inteligencia Artificial permite a los educadores ofrecer el tipo de experiencias de aprendizaje que en el pasado no eran factibles. Y, cuando se trata de facilitar el aprendizaje continuo y personalizado, la IA es perfectamente adecuada para esa tarea.

Utilizando la evaluación formativa las herramientas de aprendizaje adaptativo de IA pueden detectar con precisión cómo está siendo el progreso de un estudiante y luego aprovechar esos conocimientos proporcionando experiencias de aprendizaje diseñadas específicamente para ayudar al alumno. Dichas herramientas se basan en los principios de las ciencias del aprendizaje, las cuales tienen como objetivo asistir a cada estudiante en el camino hacia el dominio de una competencia predeterminada (Levin, 2017).

Al mismo tiempo, estas herramientas no solo quitan el trabajo rutinario y administrativo del profesor liberando tiempo para interacciones de mayor valor con el estudiante. Sino que también, informan a los maestros sobre exactamente cómo les va a los alumnos y dónde necesitan más atención. La IA puede facilitar de este modo, que haya momentos más regulares y específicos de tutorías entre profesores y estudiantes, haciendo uso de ese tiempo liberado. Y, nos da la oportunidad de lograr experiencias significativamente personalizadas (Levin, 2017).

Por otro lado, la incorporación de las TIC¹ a la educación se ha convertido en un proceso cuya implicación conforma una construcción didáctica en base a la tecnología adaptando los medios para confeccionar y consolidar un aprendizaje significativo. (Díaz-Barriga, 2013).

Tras los cambios que han experimentado durante estos años las TIC, han logrado convertirse en una herramienta educativa capaz de mejorar la calidad de la enseñanza y de renovar por completo la forma en que se obtiene, procesa e interpreta la información (Aguilar, 2012). El uso de las TIC significa romper con la utilización de los medios tradicionales como pizarras, bolígrafos, lápices, etc.; y actualizar los métodos educativos de acuerdo con las necesidades (Granados, 2015). La tecnología es parte ya de la educación por ello la alfabetización electrónica se demanda cada vez más en los centros, considerándose así una habilidad indispensable para los estudiantes. (Suárez & Custodio, 2014).

Frente a la visión cambiante de la sociedad y de la necesidad de integrar las TIC en el aula, la Consejería de Educación Española se ha visto en la obligación de crear una asignatura que forme a los alumnos con las habilidades tecnológicas necesarias para una sociedad que tiene la ambición de poseer conocimientos técnicos y los utiliza con frecuencia en todos los ambientes. Por lo que, el logro de integrar las TIC en la educación depende en gran parte de la destreza del docente para estructurar el ambiente de aprendizaje (Unesco, 2008).

Las clases presenciales que se llevan a cabo en el aula ordinaria requieren de nuevos espacios que integren el conocimiento mediante el empleo de recursos tecnológicos entre escolares y docentes y la llegada de las TIC se acopla sencillamente en este proceso. Por ello, en la educación el uso de las TIC se ha vuelto una parte indispensable del entorno pedagógico.

¹ TIC: Es la abreviatura de Tecnologías de la Información y la Comunicación. Las TIC son el conjunto de tecnologías desarrolladas en la actualidad para una información y comunicación más eficiente (Chen, 2019).

La circunstancia actual nos corrobora que el acceso a las TIC es un requerimiento elemental para poder tomar parte en una sociedad tecnológica (Tello, 2007). La aceptación de las TIC en el entorno como acceso y continuidad tiene como principio acabar con las brechas digitales de una sociedad que aún no efectúa con el dinamismo de adaptación. Cuando hablamos de las TIC en el ámbito educativo, nos referimos a un instrumento capaz de diseñar una enseñanza significativa fruto de las experiencias y de originar una reflexión tanto en el alumno como en el docente (Hernández, 2017, p. 333).

Sin embargo, el contexto al que nos referimos ha sufrido una gran modificación pasando de un modelo educativo tradicional a una Sociedad de la Información que se cimienta en la obtención del conocimiento tecnológico. Es por este motivo que todavía existen centros educativos que no tienen medios para obtener las TIC o que los medios que tienen son muy limitados. El sistema educativo ha de impulsar la igualdad en el acceso a la tecnología, aunque hoy en día, para algunas escuelas es complicado poder capacitar tecnológicamente a sus alumnos.

A la privación de equipamiento tecnológico se le añade otra distinción, la que produce las diferencias entre quienes tienen familiares que les pueden ayudar con el acceso a los instrumentos digitales, y quienes no. Normalmente, esto tiene relación con lo primero, existe una innegable correlación entre familias en entorno de vulnerabilidad y familias con escasas competencias digitales.

En resumen, el objetivo de este TFG es estudiar una solución a este problema a través de la implementación de un sistema basado en la inteligencia artificial que diseñe experiencias de aprendizaje específicas que se implementará en el aula, pero como el aula no tiene recursos informáticos, se buscará un enfoque que sea válido para los medios tradicionales que están presentes en ella.

Antes de proceder con la investigación, se revisarán los conceptos necesarios recogidos en el marco teórico que se presenta a continuación.

2) MARCO TEÓRICO

2.1 INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Durante miles de años, hemos tratado de entender cómo pensamos; es decir, cómo un conjunto de materia puede percibir, entender, predecir, y manipular un mundo mucho más grande y complicado que él mismo. El campo de la inteligencia artificial va aún más lejos: intenta no sólo comprender sino también crear entidades inteligentes (Russell et al., 2010, p. 1).

Actualmente, la IA abarca una gran variedad de subcampos, que van desde lo general, aprendizaje y percepción, hasta lo específico, como jugar al ajedrez, probar teoremas matemáticos, escribir poesía, conducir un coche y diagnosticar enfermedades. La IA es relevante para cualquier tarea intelectual; es un campo universal (Russell et al., 2010, p. 1).

¿Pero qué es realmente la IA? Históricamente, la IA ha sido vista desde cuatro enfoques, cada uno por personas diferentes y con diversos métodos. Por un lado, un enfoque centrado en el ser humano ha de ser una ciencia empírica, involucrando observaciones e hipótesis sobre el comportamiento humano. Y, por otro lado, un enfoque racionalista implica una combinación de matemáticas e ingeniería. Los diversos grupos se han menospreciado y ayudado mutuamente. Veamos los cuatro enfoques con más detalle.

1. Actuar humanamente

Kurzweil (1990), lo definió como “El arte de crear máquinas que realizan funciones que requieren inteligencia cuando son realizadas por personas.”

Es decir, según el estudio realizado por Alan Turing (1950), para determinar que una herramienta tiene Inteligencia Artificial debía reunir una serie de requisitos entre los que están: el tratamiento de la lengua natural para que pueda

comunicarse con éxito; la representación del conocimiento para almacenar lo que conoce u oye; la motivación automatizada para utilizar la información almacenada para responder a preguntas y extraer nuevas conclusiones y, el aprendizaje automático para adaptarse a nuevas circunstancias y detectar y extrapolar patrones. Así como, visión por ordenador para percibir objetos, y robótica para manipular objetos y moverse. En definitiva, cualidades que tiene un ser humano (Russell et al., 2010, p. 2).

2. Pensar humanamente

Haugeland (1985), acuñó el termino Inteligencia Artificial como “El emocionante nuevo esfuerzo para hacer pensar a los ordenadores...máquinas con mentes, en el sentido pleno y literal.”

Si vamos a decir que un programa determinado piensa como un humano, debemos tener alguna manera de determinar cómo piensan los humanos. Tenemos que entrar en el funcionamiento real de las mentes humanas. Hay tres maneras de hacer esto: a través de la introspección; a través de experimentos psicológicos y a través de imágenes cerebrales. Una vez que tengamos una teoría suficientemente precisa de la mente, se hace posible expresar la teoría como un programa de computadora. Si el comportamiento de entrada y salida del programa coincide con el comportamiento humano correspondiente, eso es la evidencia de que algunos de los mecanismos del programa también podrían operar en los seres humanos. Por este motivo, el campo interdisciplinario de la ciencia cognitiva reúne modelos informáticos de la IA y técnicas experimentales de la psicología para construir precisa y teorías comprobables de la mente humana (Russell et al., 2010, p. 3).

3. Pensar racionalmente

Charniak y McDermott (1985) enfocaron la Inteligencia artificial como "El estudio de las facultades mentales a través de la utilización de modelos computacionales"

Estos dos profesores explican que para poder crear sistemas inteligentes la IA debe construirse sobre la tradición lógica. Este enfoque tropieza con dos obstáculos principales. En primer lugar, no es fácil tomar conocimiento informal y expresarlo en los términos formales requeridos por la notación lógica, particularmente cuando el conocimiento no es totalmente cierto. Segundo, hay una gran diferencia entre resolver un problema en la teoría y resolverlo en la práctica (Russell et al., 2010, p. 4).

4. Actuar racionalmente

Poole y su equipo (1998), defendieron que la "Inteligencia Computacional es el estudio del diseño de agentes inteligentes."

En otras palabras, un agente es algo que actúa. Todos los programas informáticos hacen algo, pero se espera que los agentes informáticos hagan más: operan de forma autónoma, perciben su entorno, persisten durante un período de tiempo prolongado, se adaptan al cambio y crean y persiguen objetivos. Un agente racional es entonces, aquel que actúa para lograr el mejor resultado o, cuando hay incertidumbre, el mejor resultado esperado (Russell et al., 2010, p. 4).

La representación del conocimiento y el razonamiento permiten a los agentes tomar buenas decisiones. Necesitamos ser capaces de generar oraciones comprensibles en lenguaje natural para salir adelante en una sociedad compleja. Necesitamos aprender no sólo para el conocimiento, sino también porque mejora

nuestra capacidad para generar un comportamiento efectivo (Russell et al., 2010, p. 5).

Sin embargo, estas no son las únicas teorías sobre la IA que se defienden, Hendler (1995) argumentaba que la IA es, y debería ser, mucho más parecida a la bioquímica que a las matemáticas. La IA, al acoplar el trasfondo matemático formal con un paradigma experimental orientado a sistemas, tiene mayor similitud a las ciencias experimentales que a las subdisciplinas más teóricas. De hecho, afirma que el trabajo teórico sin verificación de sistemas es tan útil como las matemáticas puras. La implementación en IA no solo es útil, sino que también necesaria si queremos convertirlo en una ciencia.

Por otro lado, tenemos a Collins (2021), quién fracciona la IA en seis niveles. Esta necesidad surge del hecho de que el conocimiento humano es colectivo. La IA más ambiciosa pretende reproducir el cerebro humano, pero sin darse cuenta de que el cerebro da lugar a la inteligencia humana sólo cuando funciona dentro de las sociedades de los seres humanos.

Teniendo esto en cuenta, uno puede ver que un objetivo ambicioso de la IA podría ser reproducir un cerebro que pueda captar los entendimientos colectivos de cualquier grupo humano en el que está integrado conversacionalmente, mientras que un objetivo aún más ambicioso podría ser reproducir todo un grupo de IA humanas, con sus propios entendimientos colectivos creativamente desarrollados, pero no necesariamente familiares para los seres humanos.

2.2 SISTEMAS DE TUTORES INTELIGENTES

Los Sistemas de Instrucción Asistida por Ordenador (CAI, por sus siglas en inglés) fueron el paso inicial en la historia de los Sistemas de Tutores Inteligentes (Zavaleta Gavidia y Vasconcelos de Andrade, 2003).

El Sistema de Tutoría Inteligente (STI) comenzó a desarrollarse en la década de 1980. La idea es usar alguna forma de inteligencia artificial para impartir conocimiento que ayude y guíe el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Tratamos de imitar el comportamiento de los tutores humanos, es decir, a través de un sistema que puede adaptarse al comportamiento de los estudiantes, determinar la forma en que resuelven los problemas, a fin de proporcionar ayuda cognitiva cuando sea necesario (Cataldi & Lage, 2009).

Aproximadamente en esta misma época, la Psicología Cognitiva comenzó a cuestionar las suposiciones del comportamiento (comportamentalismo). Nuevas teorías del aprendizaje y el constructivismo de Piaget comenzaron a tener influencia. Chomsky, junto con Newell y otros, introdujeron las ideas de procesamiento de información simbólica, ideas que despertaron el interés de la comunidad de IA, en lingüística y procesamiento de lenguaje natural. De este modo, el procesamiento de la información (PI) se ha convertido en un paradigma dominante (Zavaleta Gavidia and Vasconcelos de Andrade, 2003).

Los Sistemas de Instrucción Asistida por Ordenador² (ICAI, por sus siglas en inglés) presentan una estructura diferenciada para trabajar con dominios educativos, ya que utilizan técnicas de IA y Psicología Cognitiva para guiar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Ya, en el año 1982, Sleeman y Brown revisaron el estado del arte en los sistemas CAI (Instrucciones Asistidas por Ordenador) y crearon el término de Sistemas Tutores Inteligentes, para describir los sistemas ICAI (Instrucciones asistidas por Ordenador Inteligentes) y distinguirlos de los sistemas CAI predecesores. Este término tenía una suposición implícita acerca de cómo aprender enfocada en *aprender haciendo*. Estos sistemas facilitan la enseñanza/aprendizaje haciéndolo más efectivo, correcto y también más agradable (Zavaleta Gavidia and Vasconcelos de Andrade, 2003).

² ICAI: se entiende por aquel programa educativo u opción didáctica que emplea unos recursos informáticos determinados para la enseñanza de unos contenidos, unos procesos y/o unas actitudes; se trata de una aplicación didáctica de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) (Cervantes, s. f.).

Por consiguiente, un tutor inteligente: *“es un sistema de software que utiliza técnicas de inteligencia artificial (IA) para representar el conocimiento e interactúa con los estudiantes para enseñárselo”* (VanLehn, 1988).

No obstante, Wolf (1984) define los STI como: *“sistemas que modelan la enseñanza, el aprendizaje, la comunicación y el dominio del conocimiento del especialista y el entendimiento del estudiante sobre ese dominio”*. Mientras que Giraffa, (1997), concreta los STI como: *“Un sistema que incorpora técnicas de IA (Inteligencia Artificial) a fin de crear un ambiente que considere los diversos estilos cognitivos de los alumnos que utilizan el programa”*

Un STI actúa como un tutor especial para los estudiantes porque es un instructor humano, poseyendo la libertad de actuar según las necesidades más complejas de los estudiantes. Aunque, la ciencia, la tecnología y la innovación aún no han proporcionado un modelo de aprendizaje suficientemente adaptable basado en el conocimiento previo y la capacidad de desarrollo de cada estudiante, así como la epistemología conceptual como base de la práctica docente.

De este modo, de forma genérica, los STI se caracterizan por representar por separado la materia que se enseña (modelo del dominio) y las estrategias para enseñarla (modelo pedagógico). Por otro lado, caracterizan al alumno con el objetivo de obtener una enseñanza individualizada. Otra característica sobresaliente es la necesidad de que la interfaz de comunicación sea un módulo bien planeado, de fácil manipulación, y que favorezca el proceso de comunicación tutor-alumno. Podemos resumir un conjunto de características que deben ser contempladas en todos los Sistemas Tutores Inteligentes (Zavaleta Gavidia and Vasconcelos de Andrade, 2003):

- ✓ Se da el adjetivo de "Inteligente" para contrastarlo con los sistemas tradicionales de instrucciones asistidas por ordenador (CAI), siendo una diferencia notable el uso de técnicas de inteligencia artificial en los STI.

- ✓ Una razón para atribuir "inteligencia" a estos sistemas, está en su capacidad de resolver los problemas que presenta a los alumnos, y explicar cómo los hizo.
- ✓ A diferencia de los sistemas CAI tradicionales, los STI permiten un mayor grado de individualización en la instrucción; en particular, un STI relaciona la instrucción con la comprensión de las metas y creencias del alumno.
- ✓ En un sistema CAI no inteligente, el orden y el plan de interacción están predefinidos; mientras que en un STI se utilizan técnicas de IA tales como la planificación, la optimización y las búsquedas, dejando que el sistema decida "inteligentemente" el orden de presentación del contenido al alumno.
- ✓ La interacción puede ser muy variada en un STI; desde los pasivos o reactivos que dependen completamente de esperar a que el alumno realice una acción bien determinada; hasta los que constantemente presentan nueva información, pasando por los asesores, caracterizados por observar al alumno mientras hace una tarea, sin interferir constantemente, pero explicando o enseñando un concepto en un momento importante o cuando el estudiante pide.
- ✓ Recientemente, se ha ampliado el uso de interfaces más sofisticadas, que refuerzan la disponibilidad y facilidad de uso de los Sistemas Tutores Inteligentes. Dos tendencias importantes en este sentido son el uso de multimedia y la WWW.

El objetivo principal de los Sistemas Tutores Inteligentes es proporcionar una enseñanza adaptada a cada alumno, intentando acercarse al comportamiento de

un profesor humano en el aula. Estos sistemas se basan en una arquitectura compuesta básicamente por cuatro componentes:

1. Modelo del alumno
2. Modelo del tutor
3. Modelo de dominio
4. Modelo Interfaz

A través de la interacción entre los módulos básicos, STI puede determinar lo que sabe cómo es el estudiante y su progreso, por lo que la enseñanza se puede ajustar de acuerdo con las necesidades del estudiante sin guía manual.

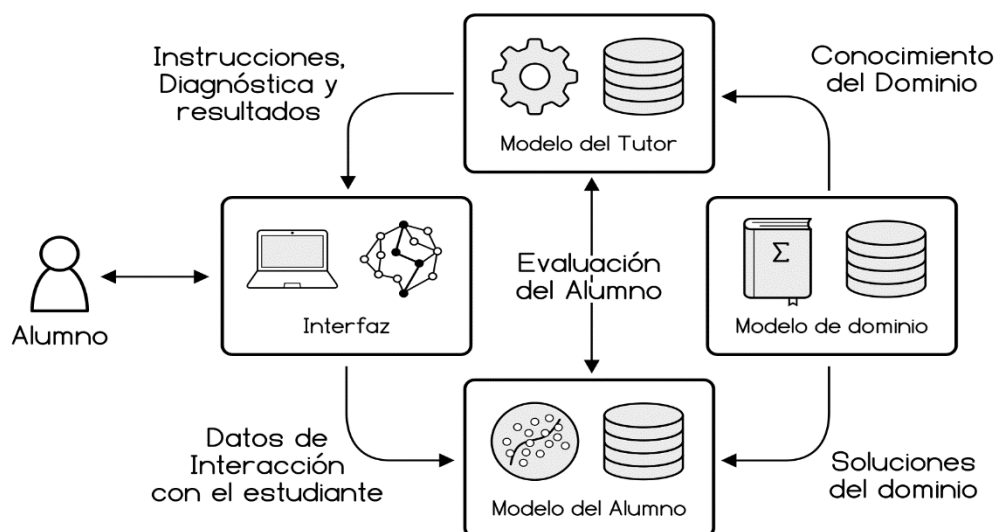


Figura 1. Componentes de un STI, en relación con la taxonomía introducida.

Fuente: Van Vaerenbergh, & Pérez-Suay (En prensa).

Típicamente, un STI involucra cuatro componentes diferentes, como se representa en la Figura 1. Un componente de dominio (3) para codificar el conocimiento experto, un componente estudiante para representar el conocimiento y el comportamiento del estudiante (1), un componente tutor para seleccionar la mejor acción pedagógica (2), y una interfaz para interactuar con el estudiante (4) (Van Vaerenbergh & Pérez-Suay, 2022).

El componente de dominio incluye, entre otros, conocimiento experto, bases de datos de tareas y bases de datos de errores. El componente del estudiante incluye modelos y datos del estudiante, como la historia detallada de las tareas del estudiante completadas. Después de cada interacción, se analizan las acciones del estudiante y se actualizan los modelos para reflejar los nuevos datos. Durante la interacción con el estudiante, el tutor utiliza un motor de razonamiento para rastrear el razonamiento del estudiante. Utiliza datos del estudiante y del dominio componentes para detectar errores, ofrecer retroalimentación y personalizar la ruta de aprendizaje (Van Vaerenbergh & Pérez-Suay, 2022).

Luego, basándome en el modelo recreado por Van Vaerenbergh y Pérez-Suay (2022) sobre los componentes de un STI, explicaré el diseño que se ha realizado en este TFG sobre una nueva estructuración de los componentes del STI adaptado a este proyecto.

2.3 DIDÁCTICA DE LA ARITMÉTICA

El aprendizaje de las matemáticas no es homogéneo. Durante el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas avanzamos por una serie de niveles que indican la evolución, el proceso y el conocimiento que tenemos de estas. Sin embargo, dentro de cada uno de estos niveles no todos poseemos el mismo conocimiento de las matemáticas, a esto aludo cuando hablo de la heterogeneidad en el aprendizaje de las operaciones aritméticas, puesto que existen personas que, estando en el mismo grado que otras, puede que tengan más o menos conocimiento adquirido. Estos niveles de comprensión están relacionados con las etapas escolares, aunque esta asociación no siempre coincide con el nivel del alumno (Correas Tur, 2016).

Entre los estudiantes del mismo nivel, todas estas diferencias se pueden reconocer desde el primer ciclo de la Educación Primaria al intentar resolver problemas con estructuras de adición y multiplicación. Estos objetivos se pueden

lograr porque tienen múltiples soluciones que pueden proporcionar información valiosa para el nivel de cognición y desarrollo del alumno y para identificar los errores y las dificultades encontradas en la solución de estos problemas (Correas Tur, 2016).

Para poder comprender mejor lo dicho anteriormente, es necesario explicar las etapas por las que el alumno atraviesa para la adquisición de la estructura aditiva y multiplicativa. En este caso, al haber propuesto la resolución de operaciones que se compongan de sumas, restas y multiplicaciones, nos centraremos especialmente en este aspecto.

Así pues, según lo estudiado en la asignatura Didáctica de la Aritmética (Polo, 2018) las situaciones de suma y resta entre números naturales se pueden enfocar desde los distintos contextos numéricos. Especialmente importantes son el contexto cardinal y el contexto ordinal.

Por otro lado, existen también estrategias informales para sumar y restar, estas son habilidades utilizadas por los niños para resolver problemas 'de la vida real', cuando formalmente aún no han sido instruidos en la utilización de los algoritmos convencionales adecuados para su resolución.

Para sumar, generalmente se pueden utilizar tres tácticas diferentes (Polo, 2018):

1. Contar todo: colocar juntos los dos conjuntos y contar todos los elementos desde el principio.
2. Contar desde el primer sumando: Contar hacia delante a partir de un número cualquiera, no empiezan desde el principio sino a partir de uno de los sumandos.
3. Contar desde el sumando mayor: Elegir, además, el número más grande como punto de partida, ya que es más eficiente

Así como para restar (Polo, 2018):

1. Separar y volver a contar: El niño dispone de una cantidad inicial de objetos, cuenta los objetos que debe apartar y finalmente cuenta los objetos restantes.
2. Contar hacia atrás: Requiere la capacidad de contar en orden decreciente a partir de un número dado. Se parte de la cantidad inicial del minuendo, para ir dando 'pasos' hasta alcanzar el sustraendo.
3. Contar hacia delante, pero comenzando en el sustraendo.

A medida que se van incluyendo números mayores en los problemas aritméticos y van ascendiendo los cursos, las destrezas anteriores dejan de ser eficaces. Se hace indispensable la transcripción del enunciado verbal a distintivos matemáticos para más tarde ejecutar las operaciones con los algoritmos.

En lo respectivo a la secuencia de aprendizaje de la suma y la resta, estas se componen de tres etapas básicas, sin olvidar que en cada uno de los períodos la operación ha de estar dotada de significado.

Así, distinguimos las siguientes secuencias de aprendizaje del algoritmo de la suma (Polo, 2018):

- 'Tabla' de sumar
- Sumas de números de más de un dígito sin llevadas
 - Sumas de términos de las mismas unidades (suma de decenas, suma de centenas, etc.)
 - Descomposición del número para justificar el algoritmo clásico de la suma por columnas.
- Sumas de números de más de un dígito con llevadas
 - Sumas de términos de las mismas unidades (suma de decenas, suma de centenas, etc.)
 - Algoritmo clásico: sumas parciales en orden (de derecha a izquierda) y anotando o reteniendo en la memoria las llevadas.

Igualmente, distinguimos otras tres secuencias de aprendizaje para el algoritmo de la resta (Polo, 2018):

- ‘Tabla’ de restar (Igual que en la suma)
- Restas de números de más de un dígito sin llevadas
 - Restas de términos de las mismas unidades (suma de decenas, suma de centenas, etc.)
 - Descomposición del número para justificar el algoritmo clásico de la resta por columnas.
- Restas de números de más de un dígito con llevadas
 - Cuando hay llevadas, la resta pierde su significado en el método de descomposición. El tratamiento de las restas con llevadas puede hacerse desde distintos enfoques, dando lugar a diferentes algoritmos.

Es necesario señalar que al realizar una operación matemática podemos cometer diferentes errores, entre ellos:

- ✓ Errores consistentes en recuperar mal un hecho numérico básico.
- ✓ Errores provenientes de una mala conceptualización de los sistemas de numeración ignorando el valor posicional de las cifras.
- ✓ Errores relacionados con una deficiencia en el reagrupamiento de unidades de orden superior.
- ✓ Menor de mayor. Sustraer el dígito menor del mayor, en cada columna, con independencia de que estén en minuendo o sustraendo.
- ✓ Pedir al cero. Si hay que “llevarse” de una columna cuyo número superior es 0, se realiza correctamente la sustracción en esa columna, pero no se añade uno al sustraendo de su izquierda.
- ✓ Cero menos número igual a ese número. Si el dígito superior de una columna es 0, se responde con el dígito inferior, incluso aunque haya que “llevarse” de la columna anterior, en cuyo caso se añade 1 a la cifra del sustraendo de la columna siguiente.

- ✓ Saltar sobre cero y pedir prestado. Si hay que llevarse hasta una columna cuyo dígito superior es 0, el alumno “se salta” esa columna de modo que no añade 1 a su sustraendo, y “conserva el 1” para la columna siguiente.

No podemos olvidarnos tampoco de otro método reconocido para el aprendizaje de la adición: el método ABN. En el caso de la suma, la particularidad es que hay que acopiar un sumando en el otro. Para ello, se plantea una descomposición libre de sumandos. Para la resta, se utilizan tres estándares básicos, que se adecúan a los distintos tipos de problemas: Detracción / comparación; Escalera ascendente y Escalera descendente. Cuando la operación está descontextualizada podría optarse por cualquiera de los modelos.

La tercera composición que se va a definir en este documento es la estructura multiplicativa, para ello, hay concretar que las multiplicaciones son operaciones matemáticas que se realizan para calcular el resultado de sumar un número tantas veces como indique el otro número que compone la operación. De este modo, multiplicar es una operación más eficaz que sumar muchas veces el mismo número (Ruesgas, 2021).

Para comprender adecuadamente la multiplicación hay que señalar que se compone de los siguientes elementos (Ruesgas, 2021):

- Factores: son los números que se multiplican. Los factores se escriben uno debajo del otro. Normalmente se escribe arriba el número mayor, el que vamos a multiplicar, que por eso podemos llamar multiplicando y abajo se escribe el número menor, el que indicaba las veces que se repetía, al que llamamos también multiplicador.
- Producto: es el resultado de la multiplicación.

Al igual que ocurre con la suma y la resta, en las multiplicaciones igualmente se emplean estrategias informales y formales para resolver las operaciones basadas en acciones y modelos diversos.

Entre las acciones nos encontramos:

- Iterar
- Reiterar
- Repetir
- Duplicar
- Triplicar, etc.

Se distinguen también dos modelos:

1. Multiplicación como suma reiterada: una cantidad b se repite un número a de veces.
2. Multiplicación como combinación: número de combinaciones posibles de a elementos con b elementos.

Como se decía anteriormente estos ejercicios forman parte de las destrezas para resolver el algoritmo de la multiplicación, en este caso son habilidades informales que consisten bien en reiterar la suma o bien en emparejar y hacer un recuento de la cantidad final. Lo cual incluye poseer una serie de conocimientos previos en saber sumar y reconocer propiedades del S. N. Decimal (Polo, 2018).

En resumen, el algoritmo de la multiplicación se basa en las propiedades del sistema de numeración decimal, así como en el significado de la operación multiplicación y sus propiedades, en especial la propiedad distributiva (Polo, 2018):

$$a \times (b+c) = a \times b + b \times c.$$

Teniendo en cuenta esto, es necesario decir que al algoritmo de la multiplicación debe llegarse siguiendo una serie de etapas (Polo, 2018) como las que se detallan a continuación:

- “Tabla de multiplicar”: Multiplicación de dos números de un dígito y memorización de resultados. Esto conforma el aprendizaje de los hechos

numéricos y puede apoyarse en actividades relacionadas con los dos modelos multiplicativos: contar de dos en dos, de tres en tres...; visualizar resultados mediante matrices rectangulares; etc.

- Multiplicar un dígito por 10, por 100, etc.
- Multiplicar un número cualquiera por 10, por 100, etc.
- Multiplicar un número cualquiera por múltiplos de 10, de 100, ...
- Multiplicar un dígito por un número cualquiera descomponiendo:
 - Conmutativa: $a \times b = b \times a$ abajo n^0 una cifra
 - Distributiva: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
- Algoritmo de multiplicación clásico por un dígito: multiplicar un dígito por un número cualquiera manteniendo las llevadas en la memoria y haciendo la suma simultáneamente.
- Multiplicar dos números cualesquiera: descomponiendo el multiplicador, de forma explícita o implícita.

No podemos olvidarnos de que existen también otros tres métodos diferentes para aprender el algoritmo de la multiplicación.

1. Algoritmo egipcio (Polo, 2018): para este algoritmo no es necesario conocer la tabla de multiplicar. Ya que consiste principalmente en ir duplicando los resultados utilizando la propiedad distributiva.
2. Multiplicación rusa o Campesina (Munguía, 2009): un sistema que podemos definir como “lento pero seguro”. Los únicos conocimientos

requeridos son saber sumar, así como dividir y multiplicar por dos, sin saberse ninguna otra tabla de multiplicación.

3. Método del enrejado o la celosía (Cusiritati, 2021): es un sistema para la multiplicación de números grandes. El tamaño del gráfico, o de celosía, construida depende del número de dígitos de cada uno de los dos números que se multiplican.

3) OBJETIVOS

Para realizar la investigación se han definido los límites de esta misma, así como también los alcances que se espera obtener. Toda la delimitación y alcance se ha dejado plasmada mediante el planteamiento de los objetivos descritos a continuación. Aunque antes hay que señalar que se estudia la probabilidad de usar un STI como el que se ha visto en la sección 2.2. Lamentablemente, como los alumnos no disponen de medios tecnológicos como ordenadores o Tablet, la "interfaz" que se propone usar es mediante fichas de papel. Por este motivo, cuando hablo de medios tradicionales me refiero a su falta de recursos tecnológicos.

Objetivo general:

- ✓ Hacer en este TFG una primera aproximación. En otras palabras, realizar un estudio exploratorio de la viabilidad de este.

Objetivos específicos:

- ✓ Implementar un sistema que se pueda automatizar mediante inteligencia artificial.
- ✓ Diseñar experiencias de aprendizaje específicas.
- ✓ Buscar un enfoque válido para los medios tradicionales.

- ✓ Confeccionar un sistema de evaluación de los conocimientos personalizado para los estudiantes.

Objetivos futuros:

Estas propuestas se quedan a fuera del alcance de este TFG, pero serán pertenecientes del sistema completo de objetivos.

- ✓ Analizar y predecir los errores del alumnado.
- ✓ Establecer si existe una correlación entre los errores que comete el alumno y un posible trastorno en el aprendizaje de las matemáticas.
- ✓ Dar una respuesta lo más pronto posible a las necesidades que puede presentar el niño de una forma evidenciable.
- ✓ Plantear diferentes soluciones para la intervención.

4) METODOLOGÍA

En este apartado se va a describir de manera clara y detallada el procedimiento que he llevado a cabo para realizar la investigación. Pero para ello hay que tener en cuenta las siguientes variables con las que se ha trabajado.

4.1 PARTICIPANTES

El centro elegido para realizar el estudio es de carácter concertado, en concreto es el Colegio Julio Blanco (Santander). El colectivo con el que ejecutaremos una investigación son los alumnos del primer ciclo de Educación Primaria. Para poder obtener resultados significativos, el estudio se ha hecho con el alumnado del aula de segundo de primaria, compuesto por ocho alumnos de edades comprendidas entre 7 y 9 años. Aunque es necesario decir que, en la segunda prueba, tan solo

podieron participar cinco de estos estudiantes, ya que los demás se encontraban confinados debido al protocolo COVID-19.

4.2 INSTRUMENTO

Mediante el programa Excel se han ideado una serie de operaciones aritméticas en función de los contenidos y estándares de aprendizaje que deben haber adquirido según el Decreto 27/2014, de 5 de junio, que establece el currículo de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Cantabria, para la asignatura de Matemáticas de segundo curso. Y, a partir de ahí se han generado las fichas en formato papel, donde los alumnos han resuelto las operaciones. Según los resultados obtenidos se han elaborado generación de fichas nuevas, una ficha para los que han hecho todo bien y otra fijándonos detenidamente en los errores que han cometido los alumnos para poder adaptarlas. En definitiva, es una forma limitada de utilizar este instrumento que nos permite ver hasta qué punto es viable la siguiente metodología de los cuatro pasos con las fichas en papel.

A continuación, se detallan los procesos que sigue y los componentes de este Sistema de Tutorización diseñado en base a la clasificación introducida (Fig. 2).

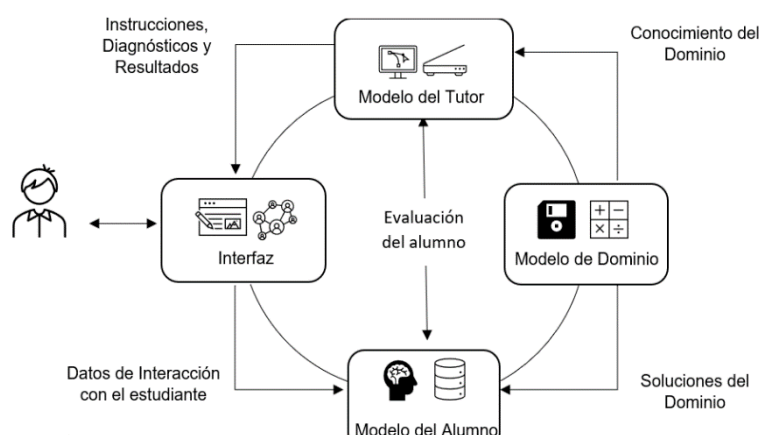


Figura 2. Componentes del Sistema de Tutorización diseñado en base a la clasificación introducida.

Más concretamente, esta dinámica consiste en:

- 1) Pasar las fichas de papel al alumnado.
- 2) Escanear los resultados mediante una aplicación.
- 3) La aplicación genera un informe para la profesora que incluye: quién necesita ayuda y preguntas difíciles.
- 4) La aplicación crea fichas personalizadas nuevas.

Tal y como se comentaba anteriormente, el instrumento principal con el que se ha trabajado en clase son las fichas personalizadas. Por este motivo, a modo que se pueda tener una idea más objetiva de ellas, se procede a escribir una breve descripción que acompaña a las fichas generadas que se anexan (Anexo 2) al final de este proyecto, las cuales han sido el objeto de estudio en la recogida de datos.

Paso 1. Descripción de las fichas

- Materia que tratan: operaciones aritméticas de adición y sustracción, compuestas por sumas, restas y multiplicaciones.
- Dificultades que presentan: son actividades que combinan la resolución de estas mismas en dos formatos; $D+D=I$ (Dato + Dato = Incógnita) y, $D+I=D$ (Dato + Incógnita=Dato).
- Diseño gráfico: al tratarse de ser fichas para el primer ciclo de educación primaria se ha buscado introducir un diseño llamativo y alegre fomentará que la atención y motivación del alumno. Además, cabe señalar que se han redactado con la fuente Delius con un tamaño grande (20), con la finalidad de que evocase la escritura de los niños. Asimismo, a respuesta

tiene que escribirse en un recuadro, lo cual además facilita el reconocimiento automático en la aplicación.

Paso 2. Escanear los resultados. Reconocimiento óptico de caracteres

El Reconocimiento óptico de caracteres o lector óptico de caracteres (en inglés, OCR) es la conversión electrónica o mecánica de imágenes de texto escrito a mano o de un texto impreso codificado en máquina, ya sea de un documento escaneado, una foto de un documento, una escena-foto como los textos en carteles y carteles en una foto de paisaje o de texto de subtítulos superpuestos en una imagen, por ejemplo, de una emisión de televisión (Reconocimiento óptico de caracteres, 2021).

Principalmente, esto nos viene a decir que no es lo mismo sacar una foto de una respuesta dada, que una letra escrita mediante un teclado por ejemplo. Una tarea que tiene este sistema, por lo tanto, es que, si se le da una imagen, reconoce cual es el texto escrito, en otras palabras, realiza una transcripción del texto.

Hoy en día, el reconocimiento óptico de caracteres utiliza inteligencia artificial porque sin ella no podría encontrar e interpretar el texto. Este tipo de tecnologías, son necesarias para poder automatizar la recogida de respuestas, como se ha llevado a cabo en este proyecto (Anexo 6). De este modo, el programa lo que ha hecho es reconocer dónde estás las respuestas del estudiante, para después identificar y descifrar esos números.

Paso 3. Se genera un informe para el docente

En los resultados se van a dar ejemplos de lo que incluye esta ficha, es decir, se va a proporcionar un primer formato de informe mediante las tablas y gráficos como las que se dan en el punto 5 respectivo a resultados. Por consiguiente, ahí

se identificarán cuáles son los problemas que más dificultades causan y qué alumnos las presentan. Aunque en dicho apartado solo se comentarán unas pinceladas de lo que aparecerá en el informe.

Paso 4. Creación de fichas personalizadas. Sistemas de recomendación

Un sistema de recomendación es una subclase de sistema de filtrado de información que busca predecir la "calificación" o "preferencia" que un usuario daría a un elemento. Los sistemas de recomendación se utilizan en una variedad de áreas, con ejemplos comúnmente reconocidos que toman la forma de generadores de listas de reproducción para servicios de vídeo y música como YouTube o Spotify o recomendaciones de contenido para plataformas de redes sociales y recomendaciones de contenido web abierto, por ejemplo, Facebook es la plataforma líder en este sector.

Los sistemas de recomendación generalmente hacen uso del filtrado colaborativo y del enfoque basado en la personalidad. Estos últimos, utilizan una serie de características discretas, pre-etiquetadas de un elemento con el fin de recomendar elementos adicionales con propiedades similares. Es decir, lo que hacen es analizar lo que has hecho antes y mirar si hay otros usuarios que tienen un mismo historial o uno similar al tuyo, para después comprobar si estos otros usuarios han realizado algo más que tu no has hecho todavía y después recomendártelo (Wikipedia contributors, 2021).

Esto mismo es lo que se ha buscado hacer en este trabajo. Si comparamos dos alumnos vemos que el que está más avanzado, por ejemplo, el nº1, ha sido capaz de resolver una ficha nueva, aunque en los respectivo a los contenidos todo lo demás que haya hecho sea lo mismo que el estudiante nº2, a este segundo es posible recomendarle la ficha que el primer alumno ya ha hecho.

En definitiva, son tecnologías que permiten personalizar recomendaciones. Y, de esta manera, se justifica la posibilidad de automatizar los cuatro pasos que se han descrito a continuación y que se proponen seguir.

4.3 PROCEDIMIENTO Y RECOGIDA DE DATOS

El objetivo, aunque es un poco ambicioso es que en un futuro la maquina lo haga todo por sí sola como pensar las operaciones y generar la ficha.

Pero este proyecto de investigación como ya hemos comentado es tan solo una exploración para ver que partes se pueden hacer con estas tecnologías y cuales están libremente disponibles ya, cuales no y que se puede pretender hacer si no hay ordenadores en el centro, que es lo que nos ocurre.

Para la elaboración y recogida de datos se ha seguido un procedimiento concreto. En primer lugar, se ha dado a todos los estudiantes que participaban en la prueba, una hoja con indicaciones (Anexo 1) estableciendo un tiempo máximo para resolver la ficha de 10 minutos. Después, se les han asignado números del 1 al 9 (quedando vinculado cada número a un alumno) aleatoriamente. Y, más tarde se les ha entregado la prueba dada la vuelta de tal forma que ninguno de ellos pudiera comenzar antes que el resto. Cuando todo estaba listo, se les ha indicado que podían empezar, a la vez que se ponía el cronómetro en marcha.

Según los estudiantes iban terminando, entregaban la prueba y tras anotar el número que correspondía al alumno, apuntaba también el tiempo que había tardado en realizarla. Al obtener todos los datos procedí a recogerlos en las siguientes tablas de Excel.

5) RESULTADOS

Como es sabido los resultados son los datos más relevantes del objeto de investigación ya que examinan las variables y las asociaciones entre ellas. Por este motivo, deben responder a la pregunta de investigación planteada y ser coherentes con los objetivos descritos.

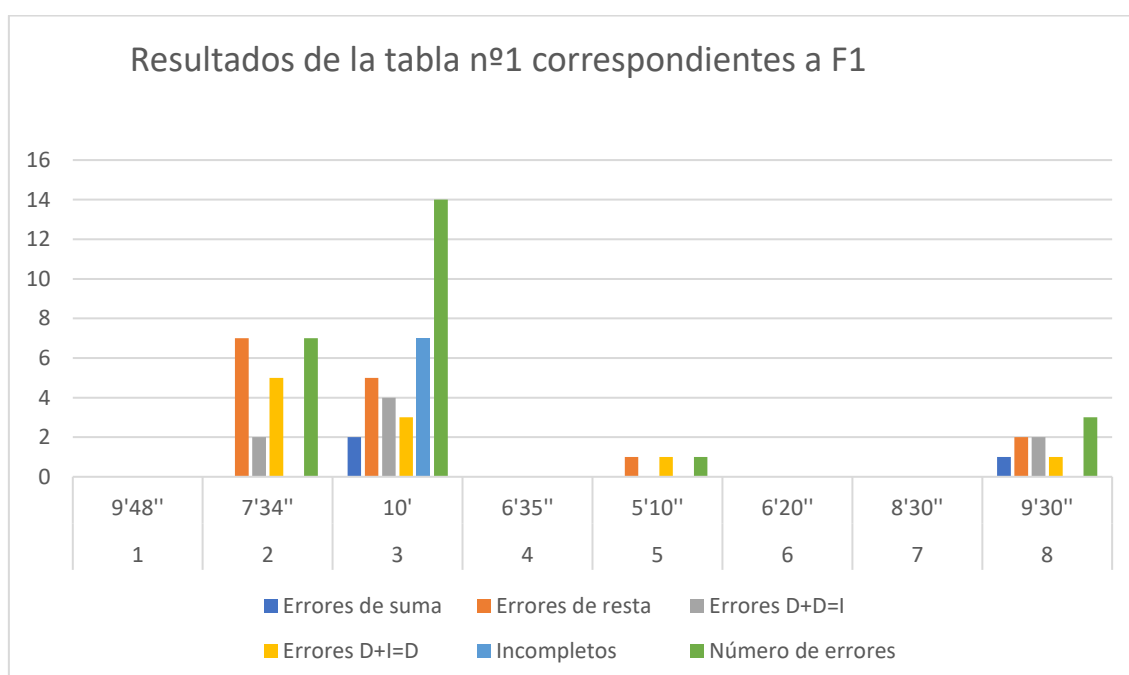
Con la finalidad de recabar dichos datos de una forma ordenada y rigurosa e interpretar estos mismos en base al marco teórico, analizaré los resultados extraídos de cada tabla y luego, haré una comparativa entre los datos obtenidos de la primera ficha, realizada a fecha de 29 de marzo de 2021 y la segunda ficha, con casi un mes de diferencia, realizada el 21 de abril. Cabe mencionar también que en la primera prueba todos tenían la misma ficha para conocer cuál era el nivel de cada uno.

Resultados extraídos de la ficha nº 1.

Nº	Tiempo	Errores de suma	Errores de resta	Errores D+D=I	Errores D+I=D	Incompletos	Nº de errores
1	9'48"	0	0	0	0	0	0
2	7'34"	0	7	2	5	0	7
3	10'	2	5	4	3	7	14
4	6'35"	0	0	0	0	0	0
5	5'10"	0	1	0	1	0	1
6	6'20"	0	0	0	0	0	0
7	8'30"	0	0	0	0	0	0

8	9'30"	1	2	2	1	0	3
\bar{x}		0,375	1,875	1	1,25		3,125

Tabla nº1



Lo primero a destacar es el porcentaje de estudiantes que no han cometido ningún fallo, como podemos ver en este gráfico 4 de los 8 alumnos que hicieron la prueba obtuvieron un total de cero fallos, es decir un 50% del alumnado.

Otro dato para tener en cuenta es que de los alumnos que cometieron algún error, este se dio en los errores de resta, especialmente en las operaciones compuestas por $D+l=D$.

De los resultados obtenidos en esta primera ficha se calculó el promedio de errores cometido, el cual es de 3,125, por este motivo, se decidió que los alumnos que habían superado este rango de errores realizarían la segunda vez

una ficha similar (Anexo 2, F.2.1.2) a esta primera con el objetivo de ver si habían logrado adquirirlos finalmente. Mientras que a los demás se les diseñó una ficha (Anexo 2, F.2.1.1) de contenidos más complejos, pero con metas igual de superables para la edad y curso en la que se encuentran.

Como se puede observar en alumno número 3 destaca del resto de sus compañeros por sus deficientes resultados en todas las categorías de la prueba, esto es la consecuencia de una posible Dificultad del aprendizaje, es decir, de un trastorno, manifestado por dificultades significativas en la adquisición y uso de la capacidad para entender, razonar y para las matemáticas. También su compañero, el número 2, es probable que presente esta patología, según los datos y las respuestas obtenidas.

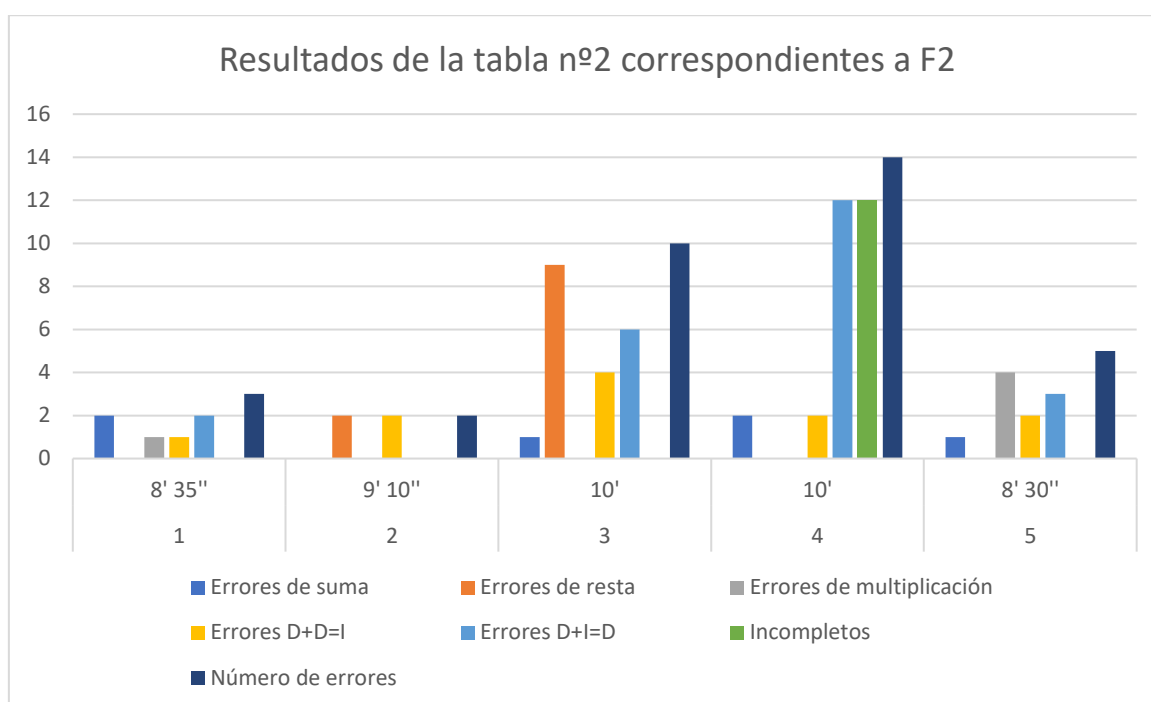
Resultados extraídos de la ficha nº2.

N.º	Tiempo	Errores de suma	Errores de resta	Errores de multiplicación	Errores D+D=I	Errores D+I=D	Incompletos	Nº de errores	Ficha
1	8' 35"	2	X	1	1	2	0	3	2.1.1
4	10'	2	X	0	2	12	12	14	2.1.1
5	8' 30"	1	X	4	2	3	0	5	2.1.1
\bar{X}		1,2		1,667					

2	9' 10"	0	2	X	2	0	0	2	2.1.2
3	10'	1	9	X	4	6	0	10	2.1.2
\bar{X}		1,2	5,5						

A la hora de pasar esta ficha entre los alumnos, con los datos obtenidos, ya se había procedido a la personalización de las fichas.

Tabla nº 2



En esta segunda gráfica vemos como el resultado de los parámetros se ha duplicado. En el caso del número de errores totales, comprobamos que de los cinco estudiantes que resolvieron esta segunda ficha todos ellos cometieron algún fallo, es decir, el 100% de los alumnos.

De ahí, podemos deducir que el número de errores cometido por un niño en un tiempo determinado para su resolución está estrechamente vinculado al grado de dificultad que se exige para resolver correctamente las operaciones, así pues, cabría la posibilidad de que, si se les hubiera permitido más tiempo para ejecutarlas, el número de errores hubiera sido menor, aunque esto simplemente es una conjetura.

Al igual que en la primera ficha los fallos se han dado esencialmente en las operaciones estructuradas con la forma $D+I=D$. Lo que lleva a pensar que este tipo de problemas no se trabajan lo suficiente en el aula.

Por otro lado, hay que señalar que tanto el número 2, como el número 3, a quienes se les puso una ficha más sencilla de resolver, han mejorado su resultado. El primero de ellos ha pasado de cometer siete errores a tener tan solo dos. Mientras que el segundo de ellos, de los catorce errores iniciales que hizo y los que dejó sin contestar, ha resuelto incorrectamente diez, pero ha contestado a todas las operaciones.

Aunque por lo general entre el resto del alumnado, los resultados obtenidos en esta prueba sin duda han sido peores que los de la anterior, por este motivo convendría realizar una tercera prueba similar a esta para averiguar si se ha podido dar por un factor externo-motivacional o en su lugar, por el grado de dificultad que se exigía.

A parte de las tablas y las gráficas en las que se ha realizado un análisis de los resultados, lo que se ha hecho también permite identificar qué problemas causan mayor dificultad. En el supuesto de que este proceso se realizase de forma automática sería mucho más fácil de ver cuáles han sido los problemas que han causado un mayor número de errores. Asimismo, estos fallos se incluirían en el informe creado para el profesor como captura de un ejercicio que causa dificultad a los alumnos y con esta opción determinar por un lado que estudiantes tienen dificultades y por otro, los problemas que causan más dificultad.

En este caso, como se adjunta en el anexo 5, se ve fácilmente que en la ficha 1.1.2. el error más común se ha producido en la operación de sustracción, cuando se debía restar al número 12, uno menor. Y, en la ficha 2.1.1, en la adición de dos números comenzando desde el más pequeño.

6) CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Al comienzo de este TFG se han fijado unos objetivos, lo primero que se debe hacer para sacar una conclusión lo más imparcial posible, es determinar si estos se han cumplido o en cambio, si los objetivos planteados han resultado ser sumamente ambiciosos.

Tal y como se ha comentado anteriormente, en esta primera aproximación se han realizado manualmente las cuatro partes del sistema propuesto, aunque esto no ha sido un impedimento para que se cumpla este objetivo general. Si procedemos a examinar este objetivo que trata de hacer una primera aproximación o, en otras palabras, de realizar un estudio exploratorio de su viabilidad. Podemos observar que se ha cumplido a lo largo del documento, ya que, se ha diseñado una dinámica de cuatro pasos, compuesta por una serie de pautas llevadas a cabo como la de pasar las fichas, escanear los resultados y analizarlos para después crear fichas personalizadas a cada estudiante.

Por otra parte, tenemos los objetivos específicos, el primero nos habla sobre la implementación de un sistema que se pueda automatizar mediante inteligencia artificial. En este proyecto se ha hecho una parte, pero su implementación completa no es la función de este mismo, por eso lo que se ha efectuado es la incorporación de un sistema automatizable mediante inteligencia artificial. Dicho sistema se ha realizado de forma manual, con papel y trabajando con el alumnado a pie de aula.

Con relación a esto, otro de los objetivos que se buscaba cumplir era el de diseñar experiencias de aprendizaje específicas y para ello se confecciono un sistema de evaluación de los conocimientos personalizados para los estudiantes el cual detectase cuáles son los problemas que más dificultades causan y qué alumnos las presentan, así como dar una solución a esta problemática gracias a la generación de fichas personalizadas para cada alumno.

Del mismo modo, se ha planteado la búsqueda de un enfoque que sea válido para los medios tradicionales, algo que también se ha cumplido puesto que se ha diseñado un sistema capaz de automatizarse a través de herramientas de inteligencia artificial, aunque en este caso se ha hecho el proceso de una forma manual porque el centro escolar dónde se ha llevado a cabo no disponía de medios ni recursos tecnológicos.

A lo largo de este trabajo han surgido diferentes dificultades, por ejemplo, algunos de los estudiantes con los que se realizaron las pruebas tuvieron que estar confinados debido al COVID-19, por lo que no se ha podido hacer una comparación completa de los resultados de todos los alumnos. También, desde el colegio se pusieron algunas trabas para dar continuidad al proyecto.

En cuanto al sistema de los cuatro pasos, vemos que es claramente viable su realización en entornos escolares tradicionales, sin embargo, he de destacar que al tratarse de un sistema íntegramente manual, tanto la elaboración del material, como el análisis de los resultados o la programación de las sesiones son un proceso largo de realizar, por este motivo la posibilidad de automatizar todo lo mencionado, por mi experiencia, facilitaría la labor del docente y la experiencia de aprendizaje de los alumnos, ya que los resultados extraídos tendrían una mayor exactitud para después poder crear nuevas fichas personalizadas a través de las tecnologías de recomendación, aunque esto último es una mera suposición.

REFERENCIAS

Aguilar, M. (2012). *Aprendizaje y Tecnologías de Información y Comunicación:*

Hacia nuevos escenarios educativos. Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud, 10 (2), 801- 811

Cataldi, Z., & Lage, F. J. (2009). *Sistemas tutores inteligentes orientados a la enseñanza para la comprensión. Edutec. Revista Electrónica de*

Tecnología Educativa, 28, 1–19.

<https://doi.org/10.21556/edutec.2009.28.456>

Cervantes, C. C. V. (s. f.). CVC. *Diccionario de términos clave de ELE.*

Enseñanza asistida por ordenador. Centro Virtual Cervantes. Recuperado 2021, de

https://cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/ensenanzaasistordenador.htm#:~:text=Por%20Ense%C3%B1anza%20asistida%20por%20ordenador,de%20la%20Informaci%C3%B3n%20y%20la

Charniak, E. and McDermott, D. (1985). *Introduction to Artificial Intelligence.*

Addison-Wesley.

Chen, Caterina (21/05/2019). *"TIC (Tecnologías de la información y la comunicación)".* En: Significados.com. Disponible en:

<https://www.significados.com/tic/>

Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Sinclair, N. (2013). *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development (Mathematics Education in the Digital Era Book 2) (English Edition) (2014.a ed.).* Springer.

Correas tur, A., 2016. *Resolución de problemas de estructura aditiva y multiplicativa*. Graduado. Universidad de Alicante.
<https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/55385/1/Ensenanzaaprendizaje>

[de la Matematica Resolucion de CORREAS TUR AINHOA.pdf](#)

Colaboradores de Wikipedia. (2021, 27 mayo). *Reconocimiento óptico de caracteres*. Wikipedia, la enciclopedia libre.
[https://es.wikipedia.org/wiki/Reconocimiento %C3%B3ptico de caracteres](https://es.wikipedia.org/wiki/Reconocimiento_%C3%B3ptico_de_caracteres)

Díaz-Barriga, F. (2013). *TIC en el trabajo del aula. Impacto en la planeación didáctica*. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 4(10), 3-21.
Doi: 10.1016/S2007-2872(13)71921-8

Decreto 27/2014, de 5 de junio, que establece el currículo de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Cantabria. 181-187.

<https://boc.cantabria.es/boces/verAnuncioAction.do?idAnuBlob=269550>

Explicación del Método del enrejado de Matemáticas / Cusiritati.com. (2021, 26 mayo). Cusiritati. <https://www.cusiritati.com/PwmEPqd3o/>

Giraffa, L.M.M.; Nunes, M. A.; Viccari, R.M. (1997) *Multi-Ecological: A Learning Environment using Multi-Agent architecture*. Proc. MASTA'97:

Coimbra: DE-Universidade de Coimbra.

Granados, A. (2015). *Las TIC en la enseñanza de los métodos numéricos*.

Sophia Educación, 11(2), 143-154

Haugeland, J. (Ed.). (1985). *Artificial Intelligence: The Very Idea*. MIT Press.

Hernandez, R. M. (2017). *Impacto de las TIC en la educación: Retos y Perspectivas*. *Propósitos y Representaciones*, 5(1), 327–334.
<https://doi.org/10.20511/pyr2017.v5n1.149>

Hendler, J. (1995). *Experimental AI systems*. *Journal of Experimental &*

Theoretical Artificial Intelligence, 7(1), 1–5.

<https://doi.org/10.1080/09528139508953798>

Kurzweil, R. (1990). *The Age of Intelligent Machines*. MIT Press.

Levin, D. (2017, 20 septiembre). *How Artificial Intelligence Can Help Us Solve the 33-Year-Old “Two-Sigma Problem”*. HuffPost.
https://www.huffpost.com/entry/how-artificial-intelligence-can-help-ussolve-the-33_b_59c2a862e4b0be1b32c1965a

Munguía, I. (2009, 10 septiembre). *La multiplicación de los campesinos rusos*. Xataka Ciencia.
<https://www.xatakaciencia.com/matematicas/lamultiplicacion-de-los-campesinos-rusos>

Polo, I. (2018). *TEMA IV: Estructura aditiva*. [Apuntes de Didáctica de la aritmética].

Polo, I. (2018). *TEMA V: Estructura multiplicativa*. [Apuntes de Didáctica de la aritmética].

Poole, D., Mackworth, A. K., and Goebel, R. (1998). *Computational intelligence:*

A logical approach. Oxford University Press.

Ruesgas, S. S. (2021, 30 marzo). *Multiplicaciones: aprende a hacerlas, ejemplos y más*. Smartick.

<https://www.smartick.es/blog/matematicas/multiplicaciones/aprendermultiplicaciones/>

Russell, S. J., Russell, S. J., Norvig, P., & Davis, E. (2010). *Artificial Intelligence* (3.a ed.). Prentice Hall. ISBN-13: 978-0-13-604259-4. ISBN-10: 0-13604259-7.

SIEM- Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (2021). *XXIV Simposio SEIEM - Valencia, 2021*. XXIV Simposio SEIEM - Valencia, 2021. <https://www.seiem.es/act/simposios.shtml>

Suárez, N. & Custodio, J. (2014). *Evolución de las tecnologías de información y comunicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje*. *Revista Vínculos*, 11(1), 209-220.

Turing, A. (1950). *Computing machinery and intelligence*. *Mind*, 59, 433–460.

Vanlehn, K (1988). *Student Modelling*. M. Polson. *Foundations of Intelligent Tutoring systems*. Hillsdale. N.J. Lawrence Erlbaum Associates, 55-78

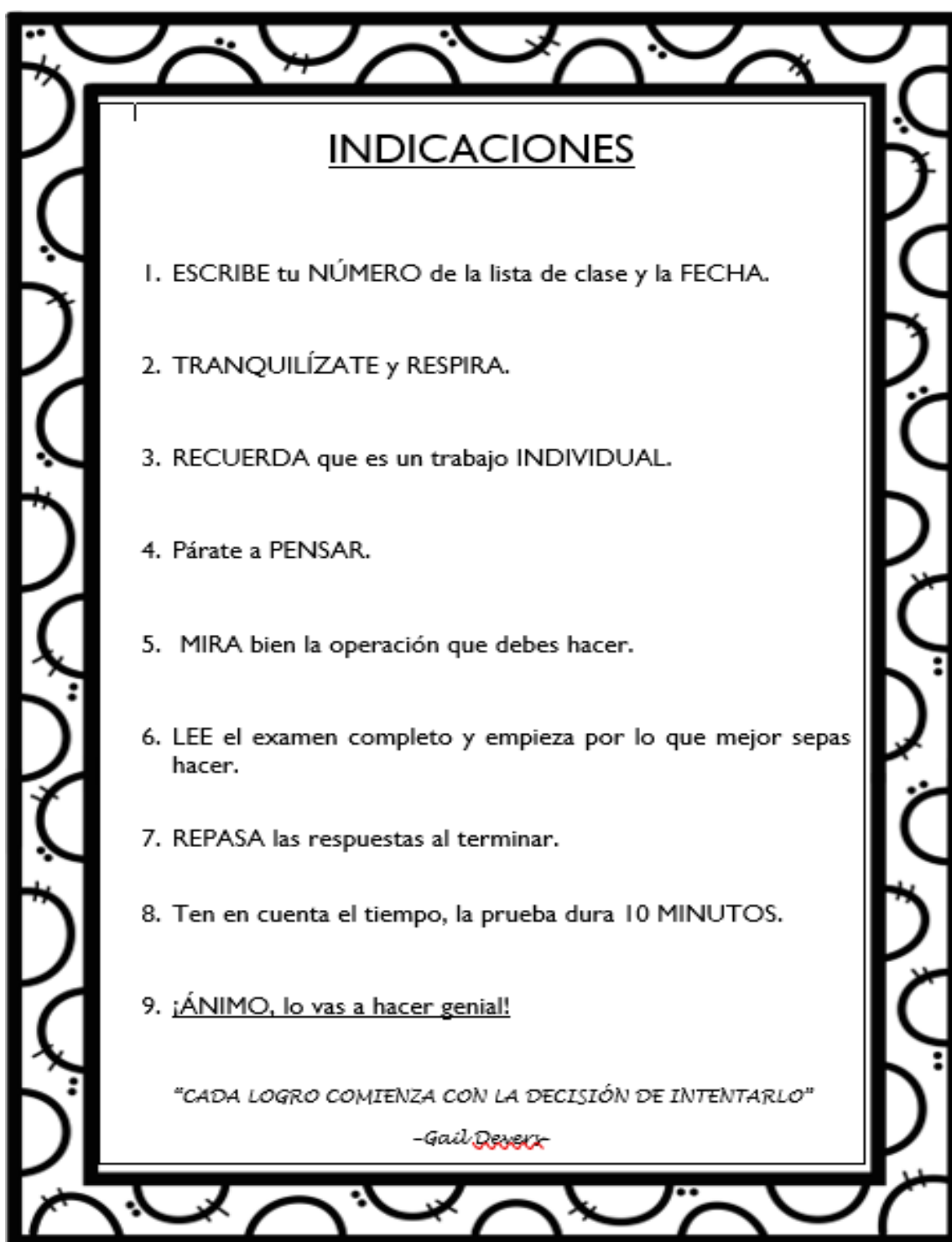
Van Vaerenbergh, S. & Pérez-Suay, A. (en prensa). *A Classification of Artificial Intelligence Systems for Mathematics Education*. En P. R. Richard, M. P. Vélez & S. Van Vaerenbergh (Ed.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence. How Artificial Intelligence can serve mathematical human learning*. Springer Nature.
<https://www.springer.com/series/10170>

Zavaleta Gavidia, J. and Vasconcelos de Andrade, L., 2003. *Sistemas Tutores Inteligentes*. Universidade Federal do Rio de Janeiro.
<https://cos.ufrj.br/~ines/courses/cos740/leila/cos740/STImono.pdf>

Wikipedia contributors. (2021, 12 junio). *Recommender system*. Wikipedia.
https://en.wikipedia.org/wiki/Recommender_system

Wolf, B. (1984). *Context Dependent Planning in a Machine Tutor*. Ph.D. Dissertation, University of Massachusetts, Amherst, Massachusetts

ANEXO 1



INDICACIONES

1. ESCRIBE tu NÚMERO de la lista de clase y la FECHA.
2. TRANQUILÍZATE y RESPIRA.
3. RECUERDA que es un trabajo INDIVIDUAL.
4. Párate a PENSAR.
5. MIRA bien la operación que debes hacer.
6. LEE el examen completo y empieza por lo que mejor sepas hacer.
7. REPASA las respuestas al terminar.
8. Ten en cuenta el tiempo, la prueba dura 10 MINUTOS.
9. ¡ÁNIMO, lo vas a hacer genial!


"CADA LOGRO COMIENZA CON LA DECISIÓN DE INTENTARLO"

-Gail Devery-
SOSUK


ANEXO 2

Ficha 1.1.2

Número: _____ Fecha: _____



Sumas y restas



$4 + 3 = \square$	$2 + 9 = \square$	$7 + 6 = \square$
$2 + 8 = \square$	$5 + 7 = \square$	$11 + 1 = \square$
$6 + 5 = \square$	$8 + 3 = \square$	$6 + 8 = \square$
$8 + \square = 9$	$4 + \square = 7$	$3 + \square = 9$
$3 + \square = 8$	$2 + \square = 6$	$2 + \square = 8$
$4 + \square = 10$	$5 + \square = 8$	$1 + \square = 5$
$8 - 3 = \square$	$10 - 7 = \square$	$14 - 6 = \square$
$4 - 4 = \square$	$11 - 4 = \square$	$18 - 7 = \square$
$6 - 2 = \square$	$9 - 6 = \square$	$8 - 5 = \square$
$7 - \square = 2$	$12 - \square = 4$	$18 - \square = 14$
$8 - \square = 6$	$15 - \square = 6$	$12 - \square = 5$
$9 - \square = 1$	$21 - \square = 14$	$17 - \square = 9$

Tiempo: _____ AI4ME-FA1.1.2

Ficha 2.1.1

Número: _____

Fecha: _____



Sumas y
multiplicaciones



$9 + 3 = \square$

$20 + 9 = \square$

$270 + 6 = \square$

$7 + 8 = \square$

$52 + 7 = \square$

$399 + 1 = \square$

$6 + 5 = \square$

$89 + 3 = \square$

$105 + 8 = \square$

$8 + \square = 9$

$4 + \square = 15$

$30 + \square = 530$

$3 + \square = 8$

$2 + \square = 60$

$20 + \square = 140$

$4 + \square = 10$

$5 + \square = 38$

$15 + \square = 205$

$2 \times 3 = \square$

$5 \times 7 = \square$

$6 \times 4 = \square$

$4 \times 4 = \square$

$4 \times 8 = \square$

$3 \times 7 = \square$

$6 \times 2 = \square$

$3 \times 6 = \square$

$8 \times 6 = \square$

$4 \times \square = 12$

$5 \times \square = 20$

$9 \times \square = 18$

$6 \times \square = 30$

$7 \times \square = 35$

$6 \times \square = 36$

$3 \times \square = 21$

$4 \times \square = 32$

$7 \times \square = 42$

AI4ME-FA2.1.1

Ficha 2.1.2

Número: _____

Fecha: _____



Sumas y restas



$4 + 3 = \square$

$2 + 9 = \square$

$6 + 7 = \square$

$2 + 8 = \square$

$7 + 5 = \square$

$11 + 1 = \square$

$6 + 5 = \square$

$8 + 3 = \square$

$8 + 8 = \square$

$8 + \square = 9$

$4 + \square = 6$

$6 + \square = 9$

$5 + \square = 8$

$8 + \square = 6$

$8 + \square = 8$

$6 + \square = 10$

$5 + \square = 8$

$4 + \square = 5$

$8 - 3 = \square$

$10 - 3 = \square$

$14 - 6 = \square$

$7 - 0 = \square$

$11 - 7 = \square$

$18 - 11 = \square$

$6 - 2 = \square$

$9 - 6 = \square$

$8 - 5 = \square$

$7 - \square = 2$

$12 - \square = 4$

$18 - \square = 4$

$8 - \square = 6$

$15 - \square = 6$

$12 - \square = 7$

$9 - \square = 1$

$21 - \square = 14$

$17 - \square = 8$

Tiempo: _____

AI4ME-FA2.1.2

ANEXO 3



COMITÉ DE ÉTICA DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN

D^a MARGARITA SERNA VALLEJO, en calidad de presidenta del citado Comité,

CERTIFICA

Que una vez analizada por este Comité la solicitud de la investigadora Dña. Alicia Varela Uribe cuyos datos se refieren a continuación:

Título del proyecto: Enseñanza Individualizada de Matemáticas mediante Herramientas de Inteligencia Artificial en Entornos Escolares Tradicionales

Ámbito: Educación

Características definitorias (Tesis doctoral, Proyecto, etc.): TFG

Código dado por el Comité de Ética de Proyectos de Investigación: CE TFG 07/2021.

Y valorada la documentación aportada que pone de manifiesto que la investigación implica a personas, ya sea directamente por la realización de entrevistas, cuestionarios, etc., y/o indirectamente por la necesidad de que algunos individuos permitan el acceso a ciertos datos, se estima que el citado proyecto.

X Cumple con los requisitos éticos necesarios de idoneidad en relación con los objetivos del estudio.

X Están justificados los riesgos y molestias previsibles para los sujetos concernidos por la investigación.

X Es adecuado el procedimiento previsto para obtener el consentimiento informado.

X Contempla el cumplimiento de la normativa en vigor en el ámbito de estudio en el que la investigación se incardina.


Razones por las que este Comité ha decidido por unanimidad **valorar positivamente** el Proyecto por considerar que se ajusta a las normas éticas esenciales requeridas por la legislación en vigor.

Quedando constancia de esta decisión en el Acta de la reunión ordinaria online del Comité celebrada el 21 de abril de 2021.

SERNA VALLEJO
MARGARITA -
13925081F

Firmado digitalmente por
SERNA VALLEJO
MARGARITA - 13925081F
Fecha: 2021.04.14
08:53:55 +02'00'

ANEXO 4

	COMITÉ DE ÉTICA DE PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN DE LA UC
	<u>ÁREA CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN</u> Declaración de reconocimiento de las implicaciones éticas que conllevan los TFG y TFM

Los abajo firmantes (estudiante y tutor/a) declaran que los siguientes aspectos son verdaderos:

Nombre y apellidos del estudiante	Alicia Varela Uribe
Correo electrónico del estudiante	alicia.varela@alumnos.unican.es
Nombre y apellidos del tutor/a	Steven Van Vaerenbergh
Correo electrónico del tutor/a	steven.vanvaerenbergh@unican.es
Título del Proyecto: <input checked="" type="checkbox"/> TFG <input type="checkbox"/> TFM	Enseñanza Individualizada de Matemáticas mediante Herramientas de Inteligencia Artificial en Entornos Escolares Tradicionales
Breve resumen del proyecto (máximo 150 palabras)	Se recogerán fichas con problemas matemáticos resueltos por alumnos de primaria, con el objetivo de estudiar la posibilidad de generar de forma automatizada nuevas fichas adaptadas a las necesidades de cada alumno. No se recogerán datos personales de ningún tipo.
Departamento:	Matemáticas, Estadística y Computación
Centro:	Facultad de Educación
Nombre del Grado o Máster	Grado en Magisterio en Educación Primaria

El trabajo planteado supone (marcar lo que proceda):

- ☒ Observación de seres humanos
☐ Obtención de datos personales a partir de encuestas, entrevistas, grupos de discusión, etc.
☐ Intervenciones socio-educativas
☐ Otro tipo de actuaciones con personas o colectivos (especificar)

☐ Nada de lo anterior (especificar)

Siempre que concurra/n alguna/s de las posibilidades indicadas, los abajo firmantes se comprometen a:

DECLARACIÓN DE RECONOCIMIENTO IMPLICACIONES ÉTICAS TFG Y TFM

☒ Recabar el consentimiento informado de todas las personas participantes (en el caso de menores, de sus padres o tutores; en el caso de centros educativos, asimismo del director/a). Para lo cual asumimos la obligación de: a) informarles de un modo comprensible sobre la naturaleza del estudio y los beneficios que puede aportar; b) precisar el tipo de participación requerido y el uso, exclusivamente académico, que se dará a los resultados; c) explicitar las posibles molestias o riesgos ocasionados por el estudio; d) dejar claro su derecho a no participar en el estudio o a revocar su consentimiento en cualquier momento del mismo, sin que ello suponga perjuicio ni discriminación algunos; e) señalar su derecho a ser informados, si así lo desean, sobre los datos obtenidos y sobre la forma de obtenerlos; f) indicar sus derechos de rectificación de los datos inexactos o incompletos, de cancelación de los datos inadecuados, y de oposición al tratamiento de sus datos personales en los supuestos establecidos en la legislación vigente.

☒ Garantizar el anonimato de los participantes, a fin de proteger su identidad y evitar que corran algún riesgo derivado de quedar expuestos públicamente.

☒ Asegurar la confidencialidad de los datos. Lo cual incluye el compromiso de no revelar la autoría, en aras de la seguridad de los participantes, y de usar dicha información de conformidad con la legislación vigente sobre Protección de Datos de Carácter Personal. Si al publicarlos hubiese que mencionar al participante, será necesaria su autorización.

☒ Extremar las cautelas al respecto de lo señalado en los puntos anteriores cuando los participantes en el estudio sean menores de edad o, en general, personas pertenecientes a cualquier colectivo vulnerable.

☒ Conocer y cumplir la legislación relativa a la protección de datos de carácter personal. En particular, el Reglamento General de Protección de Datos (RGPD), que entró en vigor el 25 de mayo de 2018; la Ley Orgánica 3/2018, de 5 de diciembre, de Protección de Datos Personales y garantía de los derechos digitales; la Ley Orgánica 1/1996, de 15 de enero, de Protección Jurídica del Menor; la Ley Orgánica 8/2015, de 22 de julio, de modificación del sistema de protección a la infancia y a la adolescencia; y la Ley 26/2015, de 28 de julio, de modificación del sistema de protección a la infancia y a la adolescencia.

En Santander, a 29 de marzo del 2021

Fdo: Tutor/a

Fdo: Estudiante

Firmado por VAN VAERENBERGH
STEVEN JOHAN MARIA -
X5838798H el día 30/03/2021
con un certificado emitido
por AC FNMT Usuarios



DECLARACIÓN DE RECONOCIMIENTO IMPLICACIONES ÉTICAS TFG Y TFM

ANEXO 5

$$18 - \boxed{5} = 14$$

$$12 - \boxed{8} = 5$$

$$17 - \boxed{2} = 9$$

AI4ME-FA1.1.2

$$18 - \boxed{4} = 14$$

$$12 - \boxed{6} = 5$$

$$17 - \boxed{8} = 9$$

AI4ME-FA1.1.2

$$18 - \boxed{4} = 14$$

$$12 - \boxed{8} = 5$$

$$17 - \boxed{8} = 9$$

AI4ME-FA1.1.2

$$30 + \boxed{500} = 530$$

$$20 + \boxed{110} = 140$$

$$15 + \boxed{120} = 205$$


$$30 + \boxed{500} = 530$$

$$20 + \boxed{120} = 140$$


$$15 + \boxed{180} = 205$$

ANEXO 6

Número: 1 Fecha: 29/3/2022



Sumas y restas



$4 + 3 = $ 7	$2 + 9 = $ 11	$7 + 6 = $ 13
$2 + 8 = $ 10	$5 + 7 = $ 12	$11 + 1 = $ 12
$6 + 5 = $ 11	$8 + 3 = $ 11	$6 + 8 = $ 14
$8 + $ 1 $= 9$	$4 + $ 3 $= 7$	$3 + $ 6 $= 9$
$3 + $ 5 $= 8$	$2 + $ 4 $= 6$	$2 + $ 6 $= 8$
$4 + $ 6 $= 10$	$5 + $ 3 $= 8$	$1 + $ 4 $= 5$
$8 - 3 = $ 5	$10 - 7 = $ 3	$14 - 6 = $ 8
$4 - 4 = $ 0	$11 - 4 = $ 7	$18 - 7 = $ 11
$6 - 2 = $ 4	$9 - 6 = $ 3	$8 - 5 = $ 3
$7 - $ 5 $= 2$	$12 - $ 8 $= 4$	$18 - $ 4 $= 14$
$8 - $ 2 $= 6$	$15 - $ 9 $= 6$	$12 - $ 7 $= 5$
$9 - $ 8 $= 1$	$21 - $ 7 $= 14$	$17 - $ 8 $= 9$

Tiempo: 9'48"

AI4ME-FA1.1.2